

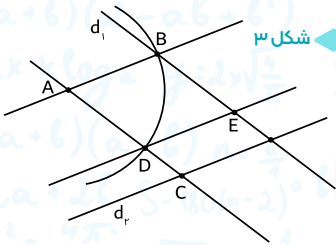


برای دیدن مراحل حل،  
 رمزینه را اسکن کنید.

# چطور رسم کنیم؟ • جلال سرحدی

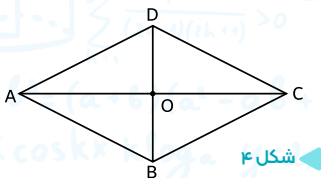
## راه‌های رسیدن به لوزی

تا این دو خط را در B و C قطع کنند. به مرکز A و شعاع AB دایره‌ای می‌کشیم تا نقطه D به دست آید. از D موازی AB رسم می‌کنیم تا رأس بعدی لوزی مشخص شود. مسئله بی‌شمار جواب دارد (شکل ۳).



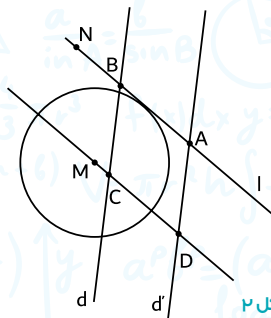
لوزی‌ای رسم کنید که طول ضلع و یکی از قطرهایش معلوم باشد.

**حل:** فرض کنیم طول ضلع و اندازه قطر AC معلوم باشد. اگر O مرکز و A و B دو رأس مجاور باشند، مثلث قائم‌الزاویه OAB قابل رسم است. سپس به سادگی لوزی کشیده می‌شود (شکل ۴).



لوزی ABCD را طوری رسم کنید که دو ضلع آن روی دو خط موازی d و d' باشد و دو ضلع دیگرش از دو نقطه مفروض M و N بگذرند.

**حل:** دایره‌ای به مرکز M و شعاع فاصله بین دو خط d و d' را رسم می‌کنیم. از خطی مماس بر دایره می‌کشیم و آن را I می‌نامیم. از M موازی I خطی رسم می‌کنیم. نقطه‌های برخورد این چهار خط، لوزی مطلوب را مشخص می‌کند (شکل ۲).



لوزی‌ای رسم کنید که یک رأس آن معلوم باشد و ضلع‌های موازی با دو خط متقاطع d<sub>۱</sub> و d<sub>۲</sub> باشند.

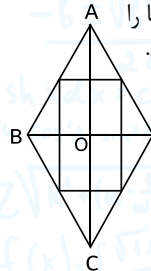
**حل:** فرض کنیم رأس A معلوم است. از A دو خط، موازی با d<sub>۱</sub> و d<sub>۲</sub> رسم می‌کنیم

همان گونه که در شماره‌های قبلی ملاحظه فرمودید، باهدف آشنایی بیشتر شما عزیزان با رسم شکل‌های هندسی، طریقه رسم مثلث، مربع، مستطیل و متوازی‌الاضلاع را در قالب حل چند مسئله توضیح دادیم. حالا چند مسئله رسم لوزی تقدیم شما می‌شود.

۱ وسط‌های سه ضلع از یک لوزی داده شده است. آن را رسم کنید.

**حل:** وسط‌های ضلع‌های هر لوزی، رأس‌های یک مستطیل هستند. با مشخص بودن سه رأس می‌توانیم مستطیل را رسم کنیم. سپس خط‌هایی موازی ضلع‌های مستطیل که از مرکز آن می‌گذرند، می‌کشیم و روی آن پاره‌خط‌هایی به اندازه طول و عرض مستطیل جدا

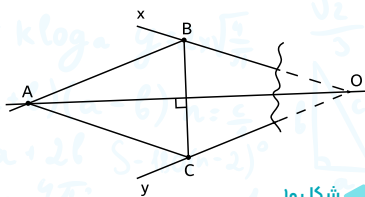
می‌کنیم. نقطه‌های انتها را A, B, C و D می‌نامیم. چهارضلعی ABCD لوزی مورد نظر است.



شکل ۱

A را طوری پیدا کنید که این سه نقطه به همراه رأس زاویه، رأس‌های یک لوزی باشند (با استفاده از لوزی رسم شده، نیم‌ساز زاویهٔ مفروض را رسم کنید).

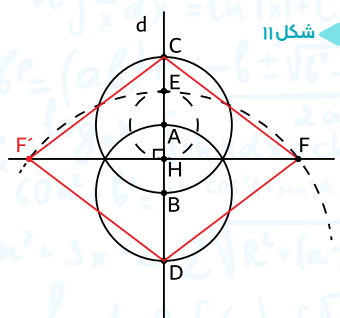
**حل:** از نقطهٔ دلخواه D روی AB زاویه‌ای برابر با زاویهٔ داده شده خارج می‌کنیم تا AC را در E قطع کند. سپس لوزی DEFG را با زاویه‌های داده شده رسم می‌کنیم. امتداد AF، ضلع BC را در P قطع می‌کند. از P، موازی با AB و DE رسم می‌کنیم و نقطه‌های تقاطع با اضلاع AN و Q می‌نامیم. از N خطی موازی با PQ رسم می‌کنیم تا AB را در M قطع کند. چهارضلعی MNPQ لوزی مطلوب است (شکل ۵).



شکل ۱۰

۱۰ با خط کش غیرمدرج (خط کشی که هیچ شماره و اندازه‌ای ندارد و با آن فقط می‌توانیم خط راست بکشیم) و پرگار، یک لوزی رسم کنید که طول قطرها آن به نسبت ۳ به ۴ باشد.

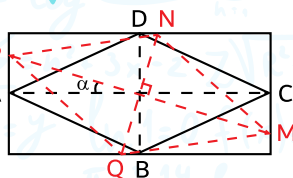
**حل:** ابتدا خطی رسم می‌کنیم و آن را d می‌نامیم. به مرکز نقطه‌ای مانند A روی خط d و به شعاع دلخواه دایره‌ای می‌کشیم تا d را در نقطه‌های B و C قطع کند. سپس به مرکز B و شعاع AB دایره‌ای رسم می‌کنیم تا نقطهٔ D به دست آید. عمودمنصف CD را می‌کشیم و پای عمود را H می‌نامیم. دایره‌ای که به مرکز A و شعاع AH رسم شود، خط d را در نقطهٔ E قطع می‌کند. سپس دایرهٔ دیگری به مرکز D و شعاع DE رسم می‌کنیم تا عمودمنصف CD را در F و F' قطع کند. نقطه‌های D, F, C و رأس‌های لوزی مطلوب هستند (شکل ۱۱).



شکل ۱۱

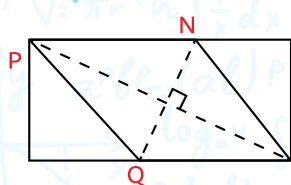
بیشترین مساحت را دارد. اگر وسط ضلع‌های مستطیل را به هم وصل کنیم، یک لوزی با مساحت نصف مساحت مستطیل حاصل می‌شود. این لوزی را ABCD می‌نامیم. حال لوزی دیگری محاط در مستطیل در نظر می‌گیریم (PQMN). واضح است که  $PM > AC$  و  $QN > DB$ . پس:  $S_{PQMN} > S_{ABCD}$  (شکل ۷).

شکل ۷



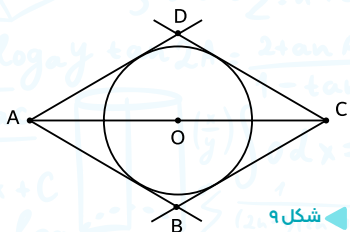
هر قدر زاویهٔ  $\alpha$  بزرگ‌تر باشد، مساحت لوزی نیز بیشتر می‌شود. پس حداکثر مساحت مربوط به لوزی‌ای است که دو رأس آن بر دو رأس مستطیل منطبق باشد (شکل ۸).

شکل ۸



۸ طول یک قطر و شعاع دایرهٔ محاطی یک لوزی معلوم است. آن را رسم کنید.

**حل:** فرض کنیم r شعاع دایرهٔ محاطی باشد. نخست قطر معلوم لوزی (مثلاً AC) را رسم می‌کنیم و نقطهٔ وسط آن را O می‌نامیم. به مرکز O و شعاع r دایره‌ای می‌کشیم. سپس از A و C دو مماس بر دایره رسم می‌کنیم. از برخورد مماس‌ها، نقطه‌های B و D به دست می‌آیند که دو رأس دیگر لوزی هستند (شکل ۹).



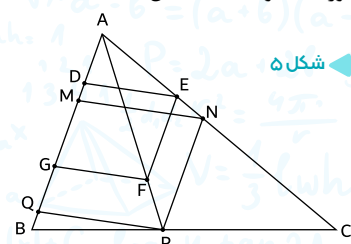
شکل ۹

۹ زاویه‌ای را در نظر بگیرید که رأسش در دسترس نیست. دو نقطه روی ضلع‌های آن زاویه مانند B و C و نقطهٔ دیگری مانند

۵ در مثلث مفروض ABC، یک لوزی با زاویه‌های معلوم چنان رسم کنید که دو رأس آن بر AB و دو رأس دیگرش بر AC و BC واقع باشند.

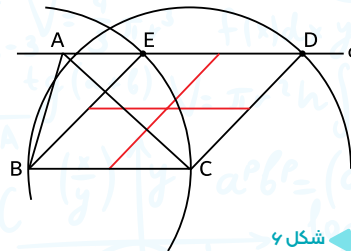
**حل:** از نقطهٔ دلخواه D روی AB زاویه‌ای برابر با زاویهٔ داده شده خارج می‌کنیم تا AC را در E قطع کند. سپس لوزی DEFG را با زاویه‌های داده شده رسم می‌کنیم. امتداد AF، ضلع BC را در P قطع می‌کند. از P، موازی با AB و DE رسم می‌کنیم و نقطه‌های تقاطع با اضلاع AN و Q می‌نامیم. از N خطی موازی با PQ رسم می‌کنیم تا AB را در M قطع کند. چهارضلعی MNPQ لوزی مطلوب است (شکل ۵).

شکل ۵



۶ مثلث ABC مفروض است. لوزی‌ای رسم کنید که مساحتش نصف مساحت مثلث باشد (مقدار مساحت مثلث را نمی‌دانیم).

**حل:** از رأس A خط d را موازی BC رسم می‌کنیم. به مرکز C و شعاع BC دایره‌ای می‌کشیم تا خط d را در نقطهٔ D قطع کند. همچنین، به مرکز B و شعاع BC دایرهٔ دیگری می‌کشیم تا خط d را در E قطع کند. سپس وسط‌های ضلع‌های روبه‌رو در چهارضلعی BCDE را به هم وصل می‌کنیم. چهار لوزی با مساحت نصف  $\Delta ABC$  به دست می‌آید (شکل ۶).



شکل ۶

۷ در مستطیل مفروض، یک لوزی با بیشترین مساحت محاط کنید.

**حل:** ابتدا باید مشخص کنیم از بین لوزی‌های محاط در مستطیل، کدام یک